

## محاضرات الدفتر

القسم: رياضيات - جبر السنة: الرابعة

المادة: نظرية المجموعات المحاضرة: السادسة

حل التمرين

$$x \rightarrow y = 1 \Leftrightarrow x' \vee y = 1 \Leftrightarrow x \leq y$$

$$x \leftrightarrow y = 1 \Leftrightarrow (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x) = 1 \Leftrightarrow x \rightarrow y = 1 \wedge y \rightarrow x = 1$$

$$\Leftrightarrow x \vee y = 1 \wedge x' \vee y' = 1 \Leftrightarrow x \leq y \wedge y \leq x$$

$$\Leftrightarrow y = x$$

$$1 \wedge (x \leftrightarrow y) = ((x \wedge y') \vee (x' \wedge y)) = (x \wedge y') \wedge (x' \wedge y) = (x \vee y') \wedge (x' \vee y)$$

$$= (x \leftrightarrow y) \wedge (y \leftrightarrow x) = x \leftrightarrow y$$

(b) التوزيعات الممكنة من العمليات على المجموعة

$$(+, +), (+, \vee), (+, '), (+, \rightarrow), (+, \leftrightarrow), (0, \vee), (0, '), (0, \rightarrow), (0, \leftrightarrow), (\vee, +), (\vee, \vee), (\vee, '), (\vee, \rightarrow), (\vee, \leftrightarrow), (', +), (', \vee), (', \rightarrow), (', \leftrightarrow), (\rightarrow, +), (\rightarrow, \vee), (\rightarrow, '), (\rightarrow, \rightarrow), (\rightarrow, \leftrightarrow), (\leftrightarrow, +), (\leftrightarrow, \vee), (\leftrightarrow, '), (\leftrightarrow, \rightarrow), (\leftrightarrow, \leftrightarrow)$$

المبررات التي تعرف العمليات الثنائية هي:

$$(+, +), (0, '), (\vee, '), (\vee, \vee), (\rightarrow, '), (\rightarrow, +)$$

$$\bullet (+, +) \quad \forall x \in A \quad x' = x + 1$$

$$\forall x, y \in A \quad x \vee y = x + y + xy$$

$$x \rightarrow y = x' \vee y$$

$$x \leftrightarrow y = (x + y) (y \rightarrow x)$$

$$\bullet (0, ')$$

$$x \vee y = (x' y')$$

$$x + y = x' y' \vee x' y$$

$$x \rightarrow y = x' \vee y \quad x \leftrightarrow y = (x \rightarrow y) (y \rightarrow x)$$

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

تمرين (2)

في أكبر البولياني A نعرف عملية جديدة  $x \downarrow y = x' \vee y'$  أثبت مع العملية

البوليانية التالية هذه العملية

الكل :

$$x \downarrow x = x' \vee x' = x'$$

$$x \vee y = x' \downarrow y' = (x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y)$$

$$x \cdot y = (x' \vee y')$$

$$= (x \downarrow y)' = (x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)$$

$$x + y = (x \vee y) \wedge (x' \vee y') = ((x \vee y) \downarrow (x' \vee y')) \downarrow ((x \vee y) \downarrow (x' \vee y'))$$

$$= ((x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)) \downarrow ((x \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y))$$

$$= [(x \downarrow y) \downarrow (y \downarrow y)] \downarrow [(x \downarrow x) \downarrow (y \downarrow y) \downarrow (x \downarrow y)]$$

تمرين (3)

ليكن A غير بولياني. a, b كثرين لـ A. يمكن المساواة  $a \cdot x + b = 0$

(a) نؤمن أن المساواة يكون لها حلول إذا فقط إذا  $b \leq a$

(b) إذا  $b \leq a$  فبرهن أن  $a + b + 1$  هو الحل للمساواة (1) ففهم

$$b \leq x \leq a + b + 1$$

يعني حالة يكون للمساواة (1) حل وحيد

$$(c) \text{ في } D(210) \text{ حل للمساواتين } 105x + 5 = 0 \quad 21x + 1 = 0$$

الكل :

(a) نرض أن المساواة حلول  $\Leftrightarrow$  أي أنه توجد x تحققت المساواة (1)

$$a \cdot x + b = 0 \Leftrightarrow a \cdot x + 0 = b \Leftrightarrow a \cdot x + b' = 0 + b$$

$$b \leq a \quad c \cdot i$$

# محاضرات الدفتر

القسم : السنة : المادة : المحاضرة :

نفرض أن  $a \leq b$  فإن  $ab = b \Leftrightarrow ab + b = 0 \Leftrightarrow a(b+b) = 0$  أي أن  $a = b$  هذه المعادلة

$$a(b+a)+b=0 \Leftrightarrow a(b+a)=b \Leftrightarrow a(b+a)=ab+aa=ab+0$$

$ab=b$

(أ)  $a \leq b \Leftrightarrow a(b+a)=b$  هذه المعادلة (1)

(ب) نفرض أن  $b \leq a$  فإن

$$a+b+1 = a+b = (a \wedge b) \vee (a \wedge b) = b \vee (a \vee b) = b \vee a \geq b$$

وعنه  $b \leq a+b+1$  أي أن  $a \leq b$   $\Rightarrow a=b$   $\Rightarrow a \leq b$   $\Rightarrow a=b$   $\Rightarrow a \leq b$   $\Rightarrow a=b$

$$(a+b+1)x = ax + bx + x = ax + b \quad 20+x = x \Rightarrow x \leq a+b+1$$

وبالتالي  $x \leq a+b+1$   $\Rightarrow x \leq b$

يكون للمعادلة حل إذا كان  $a=0 \Leftrightarrow a+1=0 \Leftrightarrow a+b+1=b$

$a=1 \Leftrightarrow$

$D(210) = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 35, 42, 70, 105\}$

لأن  $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$

$105x + 5 = 0$

المعادلة تكون بالعددية

$$5 \leq x \leq 105x + 5 + 210 \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 105 + 5$$

$$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq 105 + 42$$

علاقة تقسيم

$$5 \leq x \leq (105 \cdot 42) \vee (105 \cdot 42)$$

المعادلة التقسيمية

$$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq (105 \cdot 5) \vee (2 \cdot 42) \Leftrightarrow 5 \leq x \leq 5 \vee 2$$

$$\Leftrightarrow 5 \leq x \leq 10$$

مجموعة الحلول  $\{5, 10\}$

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

صيغة التفاضل

للمتقنة من الدل

$$105x + 5 = 105 \cdot 5 + 5 = 5 + 5 = 0$$

$$105 \cdot 10 + 5 = 5 + 5 = 0$$

المعادلة  $21x + 1 = 0$  لا يمكن ان يكون المقامود  $1$  انما المقام  $21$  انما المقام  $21$

لانه انما يكون  $b < a$

انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$

$$21 \leq x \leq 10 \Rightarrow 1 \leq x \leq 10 \Rightarrow 1 \leq x \leq 10$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 10$$

مجموعة الدل  $\{1, 10\}$

$$21 \cdot 1 + 1 = 1 + 1 = 0$$

$$21 \cdot 10 + 1 = 1 + 1 = 0$$

$$21 \cdot 2 + 1 = 1 + 1 = 0$$

$$21 \cdot 5 + 1 = 1 + 1 = 0$$

المقام  $21$

نرمز  $(2)$

انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$

(المعادلة  $(2)$  انما يكون المقام  $21$ )

$$7x + 5 \leq 105$$

$$7x + 2 \leq 3$$

انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$  انما يكون المقام  $21$

$$a \leq b \Rightarrow ab = a$$

$$(ax + b) \cdot c = ax + b$$

$$acx + bc = ax + b = a(x + b) = a(x + b) + (ax + b) = (ac + a)x + (bc + b) = 0$$

مجموعة الدل

$$bc + b \leq x \leq (ac + a) + (bc + b) + 1$$